Traçabilité du savoir et identification d'un système stratégique de jeux d'apprentissage en Regroupement d'adaptation. Des effets de la coopération chercheur-professeur.

Isabelle Nédélec-Trohel - Université de Picardie Jules Verne (école interne), laboratoire Habiter-PIPS (axe RIICE), *isa.nedelec-trohel@aliceadsl.fr*

Introduction

Les chercheurs et les professeurs sont en règle générale issus d'univers discursifs différents (Tardif et Zourhlal, 2005). Leurs cultures respectives (scolaires et universitaires), les angles d'analyse, les « voir comme » (au sens wittgenstanien) et les préoccupations de ces acteurs diffèrent. Les relations chercheur-professeur, complexes et délicates, constituent l'objet de ce chapitre. Nous[1] nous appuyons pour cela sur une ingénierie exploratoire (Nédélec-Trohel 2008a), que nous nommons *a posteriori* « ingénierie coopérative », que nous avons menée à l'école élémentaire avec le concours de deux professeurs (ordinaire et spécialisé) dans le cadre d'un dispositif d'aide spécialisée en mathématiques. Nous interrogeons, d'une part, les types d'engagements respectifs de ces acteurs pour participer de la co-construction de séances d'enseignement et, d'autre part, les places et les rôles du chercheur et des professeurs au sein des instances de coopération. La collaboration (au sens de Johnson & Johnson, 1985) de ces derniers profiterait d'un agir conjoint (Sensevy et Mercier, 2007) avec une idée nécessaire de complémentarité des rôles, ceci en vue d'établir des passerelles voire d'instituer des pratiques de coopération entre pôle de recherche et écoles.

Dans l'ingénierie étudiée il s'agissait d'élaborer et de mettre en oeuvre conjointement un dispositif d'aide (neuf séances) conduit par un maître spécialisé pour insérer cinq élèves, moins avancés en mathématiques (numération et résolution de problèmes), dans le temps didactique[2] de leur classe de CE2. Les notions étudiées en regroupement d'adaptation sont inconnues dans la classe, elles y sont importées lors de la diffusion. Cet agencement spécifique est nommé « reprise-anticipation-diffusion » (Nédélec-Trohel, 2008). Dans ce cas précis le chercheur (nous), au moment où débutait la recherche, venait de quitter sa fonction d'enseignant et connaissait bien les deux professeurs pour avoir travaillé avec chacun d'eux. L'univers constitué par l'école choisie (située en ZEP) et ce regroupement d'adaptation était bien connu des trois acteurs. Cette proximité a favorisé des échanges que l'on peut qualifier d'aisés, ce qui constitue une première et déterminante étape[3] pour amorcer le travail de coopération.

A priori la focale choisie concernait l'analyse des pratiques d'un maître spécialisé ou maître E[4] opérant en regroupement d'adaptation en collaboration avec un maître de classe de CE2 en vue de construire un « mieux enseigner » pour un «mieux apprendre ». Il s'agissait pour le chercheur (nous), de suivre pas à pas, tel un observatoire, la vie d'un regroupement

[1] En tant que chercheur, formateur IUFM et ancien maître spécialisé en adaptation

[2] A ce propos Leutenegger (2000) évoque un phénomène de double-chronogénèse illustré ici par la superposition du temps didactique de la classe et de celui du regroupement.

[3] Les deux professeurs se sont engagés et impliqués avec le désir et la volonté de mener à terme le dispositif mis en œuvre en ayant soin de respecter les contraintes annoncées

[4] Le maître E est un maître spécialisé chargé de l'adaptation à l'école élémentaire, sur demande du professeur il intervient auprès de petits groupes d'élèves présentant des difficultés d'apprentissage en langue ou en mathématiques

d'adaptation durant la totalité de l'aide spécialisée pour un groupe d'élèves ciblés dans la classe comme « moins avancés ».

Puis les modalités de collaboration entre chercheur et professeur(s) ont aiguisé notre intérêt particulier dans nos travaux car nous visions la transformation des pratiques des maîtres E[5] par le biais de la formation spécialisée en IUFM (Nédélec-Trohel, 2008a, 2008b). Ainsi dans l'analyse des entretiens de collaboration entre le chercheur et le maître spécialisé, le chercheur *stricto sensu* a perçu des hiatus (décalages) qui ont affecté la mise en oeuvre *in situ.* Ceci constitue l'objet de notre seconde focale, objet de ce chapitre.

Nous tentons de mettre au jour le processus de coopération instauré entre le chercheur et le professeur en ce qui concerne la notion enseignée de composition et décomposition décimale. Notre questionnement porte notamment *i)* sur les actions du chercheur vis à vis du ou des professeurs pour élaborer conjointement le savoir à enseigner ; *ii)* sur les éléments déclencheurs de certains comportements d'engagement ou de non engagement du chercheur ; *iii)* sur les effets, attendus ou inattendus, positifs ou négatifs que l'on peut constater dans le cadre de ce dispositif d'aide et dans ce type d'ingénierie, *iiii)* sur l'efficacité de l'enseignement mis en œuvre.

1. Aspects relatifs au contexte de l'ingénierie

1.1. Organisation du dispositif d'aide Regroupement d'adaptation-classe

Au sein de la recherche, le dispositif d'aide mis en oeuvre par le maître E dans le regroupement d'adaptation (Figure 1, ci-dessous) est composé de neuf séances (Sn) :

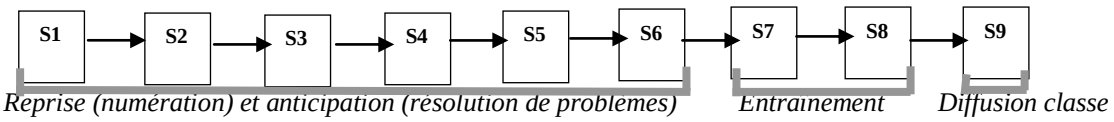

Figure 1 : Dispositif d'aide regroupement d'adaptation-classe intitulé « reprise-anticipation-diffusion »

Notre hypothèse de travail est la suivante : en regroupement d'adaptation le maître E effectue une reprise de notions échouées en classe (composition-décomposition décimale), puis il anticipe l'apprentissage d'objet(s) de connaissance inconnu(s) en classe (la recherche de la transformation positive en résolution de problèmes) lors des Séances 1 à 6, lesquels seront diffusés lors de la séance 9 aux pairs dans la classe. Ce type d'organisation possède une phase d'entraînement, Séances 7 et 8, relative aux tâches effectuées dans la classe par les élèves du regroupement. L'objectif est d'insérer les élèves moins avancés en mathématiques dans le temps didactique de la classe et de faire migrer dans la classe la mémoire didactique (Brousseau et Centeno, 1991) du regroupement d'adaptation.

1. 2. Choix de l'intrigue didactique et déroulement de l'enquête

Nous avons choisi de nous focaliser sur quatre séances (S3, S4, S5 et S6) abordant l'apprentissage de la notion de composition et décomposition décimales qui constituent notre intrigue didactique nommée « Ajouter ou retirer 10, 20, 30 ».

Nous enquêtons précisément sur la traçabilité du savoir, nous tentons d'en repérer et d'en identifier les étapes de fabrication. Pour cela nous analysons les manières de faire du professeur pour enseigner aux cinq élèves « ajouter ou retirer 10 *de tête* ». Nous donnons à voir, dans la mise en oeuvre de ce professeur *in situ,* un agencement particulier que nous nommons « système stratégique » de jeux d'apprentissages (Nédélec-Trohel, 2008).

[5] En effet Toullec-Thery (2006) montre que certains maîtres E en privilégiant l'estime de soi, le bien être de l'enfant, perdent de vue les savoirs visés.

2. Aspects théoriques et méthodologiques

Notre cadre théorique se compose principalement d'un système de notions reprises de la didactique des mathématiques, en théorie de l'action conjointe en didactique au sein de l'approche conjointe comparatiste en didactique[6]. Nous abordons rapidement ici les notions-clés de jeu didactique et de jeu d'apprentissage utiles à la compréhension des épisodes analysés. Nous déclinons ensuite quelques éléments relatifs au savoir mathématique étudié, notamment la description de la situation d'apprentissage utilisée par le maître E. Nous définissons, dans un après-coup, les modalités du contrat de recherche instauré entre le chercheur et le professeur spécialisé. Enfin nous donnons à voir notre démarche globale d'enquête qui requiert trois types de niveaux d'échelle d'analyse.

2.1. Notions-clés de jeu didactique et de jeu d'apprentissage

Il s'agit pour les élèves du regroupement d'adaptation de reconstruire des éléments de savoir, identifiés comme défaillants, en les intégrant à leur monde propre en tant que *puissance d'agir* (Sensevy, 2007). Pour cela le professeur spécialisé crée les conditions pour que ces élèves prennent la responsabilité et acceptent à nouveau la confrontation solitaire au savoir mathématique. Le jeu didactique ainsi produit par le maître E réclame, d'une part, un soin accru sur ce qui relève de la densité et de la continuité du savoir repris (Tiberghien et Malkoun, 2007) et d'autre part, la construction d'une mémoire didactique collective pour réactiver les références au savoir dans le temps du dispositif de travail. L'enseignant va déployer à cet effet une succession de jeux d'apprentissage relatifs à un enjeu de savoir spécifique (Sensevy, 2007) et générés par la nécessité chronogénétique (avancée du savoir). Ces jeux supposent alors chacun « un nouveau contrat, c'est-à-dire en particulier, de nouvelles attentes du professeur vers les élèves et des élèves vers le professeur » (p. 27).

2.2. Le savoir mathématique

Amorce d'analyse a priori et enjeux potentiels de la situation « Liste »

La structuration du nombre, et plus précisément la composition et la décomposition décimales, sont identifiées comme défaillantes chez ces cinq élèves suite à l'analyse de leurs résultats aux évaluations nationales. Ces derniers sont accoutumés à écrire discrètement les opérations (posées) sur leurs mains au lieu de calculer mentalement. En conséquence cette situation des *Listes* a pour objectif premier d'amener ces derniers à produire une technique de calcul mental rapide et efficace pour ajouter ou enlever une ou plusieurs dizaines ; le second objectif, et non le moindre, est de les contraindre à penser le nombre (au delà de la première centaine) structuré en classe 10.

Précisément, le comptage en base 10 permet aux élèves d'ajouter 10 d'emblée sans calculer, en ajoutant la valeur 1 au(x) chiffre(s) placé(s) à gauche de l'unité dans le nombre, ce qui signifie une augmentation de un du nombre de dizaines. La connaissance de l'ajout à 10 permet de réussir directement le premier ajout (9 + 10) par exemple. Le comptage à rebours en base 10 leur permet d'enlever 10 d'emblée sans calculer, en retirant la valeur 1 au(x) chiffre(s) placé(s) à gauche de l'unité dans le nombre, ce qui signifie une diminution de un du nombre de dizaines. La connaissance du retrait à 10 permet de réussir directement le retrait (19 - 10) par exemple.

[6] Notamment Brouseau 1998 ; Chevallard 1992 ; Mercier, Schubauer-Leoni et Sensevy 2002 ; Sensevy, Mercier et Schubauer-Leoni 2000 ; Sensevy 2001 ; Sensevy, Mercier, Schubauer-Leoni, Ligozat et Perrot 2005 ; Sensevy et Mercier 2007.

La construction de sens s'opère ici par la contextualisation de l'ajout ou du retrait de 10 au moyen d'une boîte et de paquets d'allumettes. Le nombre de paquets augmente ou diminue effectivement en fonction des manipulations du professeur et l'énoncé verbal correspondant qui est oralisé simultanément (précisé un peu plus loin) offre des mots simples et récurrents. Cette situation a l'avantage d'enrôler les élèves dans une procédure mentale de prévision pour trouver la valeur de l'inconnue, ils adoptent alors naturellement une attitude réflexive. En effet la boîte est perçue par les élèves comme une *boîte à devinettes,* sorte de jeu trivial auquel on gagne ou on perd. Elle remporte ainsi l'adhésion quasi systématique des élèves. A leur insu ils construisent des techniques pour gagner par l'observation de la récurrence des unités et l'augmentation ou la diminution de 1 du ou des chiffres désignant la dizaine.

Les ajouts ou les retraits successifs de paquets d'allumettes menés séparément permettent aux élèves de structurer le nombre 100 puis 200 en base 10. Ils jalonnent l'avant et l'après 100 en dressant la liste de ces jalons ou repères. Ils éprouvent ainsi le passage à 100, réputé délicat. Cette situation amène les élèves à vérifier la validité de leurs réponses (prévisions) respectives par la vérification du contenu de la boîte, ce qui les incite à modifier leurs procédures si leurs réponses sont incorrectes. Si leur réponse est correcte, ils éprouvent une technique voire ils se construisent une règle d'action. Les « listes » de nombres construites sont ensuite mises en tableau (colonne de cases) pour constituer un outil de validation des calculs « ajouter 10 » ou « enlever 10 » à partir d'un nombre donné : il s'agit du simple tableau des nombres (Tableau 1, ci-dessous). Ce tableau respecte une représentation numérique verticale de bas en haut, qui met en relation la notion de valeur inférieure (plus petit que) /vers le bas et la notion de valeur supérieure (plus grand que) /vers le haut.

Ajouter 10 - Enlever 10									
120	**121**	**122**	**123**	**124**	**125**	**126**	**127**	**128**	**129**
110	**111**	**112**	**113**	**114**	**115**	**116**	**117**	**118**	**119**
100	**101**	**102**	**103**	**104**	**105**	**106**	**107**	**108**	**109**
90	**91**	**92**	**93**	**94**	**95**	**96**	**97**	**98**	**99**
80	**81**	**82**	**83**	**84**	**85**	**86**	**87**	**88**	**89**
70	**71**	**72**	**73**	**74**	**75**	**76**	**77**	**78**	**79**
60	**61**	**62**	**63**	**64**	**65**	**66**	**67**	**68**	**69**
50	**51**	**52**	**53**	**54**	**55**	**56**	**57**	**58**	**59**
40	**41**	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**
30	**31**	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**
20	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**
10	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**
0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**

Tableau 1 : Tableau des nombres

2.3. Les modalités du contrat de recherche chercheur-professeurs

Le contrat de recherche établi entre le chercheur et les professeurs dans l'ingénierie effectivement mise en oeuvre a simplement été oralisé à plusieurs reprises, tout d'abord lors d'un court entretien formel, puis en fonction des demandes respectives des professeurs. Il s'agissait pour les deux professeurs de mettre en oeuvre un dispositif d'aide élaboré partiellement au préalable par le chercheur, adapté et ajusté en fonction de la demande initiale du professeur de CE2 et des profils des élèves. Le chercheur a mis à la disposition du professeur spécialisé des situations d'apprentissage (dont celle qui est abordée ici) connues de lui mais qui n'avaient à ce moment-là pas encore fait l'objet ni d'analyse *a priori* fine ni d'analyse épistémique formalisées[7]. Les entretiens pré et post-séances étaient obligatoires avant et après chaque séance filmée avec chaque professeur. Un entretien de collaboration était prévu avec le maître E entre chaque séance pour faire le point sur la séance effective et

[77] A la manière de Mercier et Salin (1988) et Assude et Mercier (2007).

envisager la suite du travail en fonction des effets constatés. Le professeur élaborait ensuite seul les préparations de séances dont le chercheur découvrait la mise en oeuvre *in situ*.

2.4. Démarche globale d'enquête : types de niveaux d'échelle d'analyse

Ce sont des transactions épistémiques teintées de controverses, déroulées dans le regroupement d'adaptation en séance 7, qui nous ont amené à enquêter sur la genèse de la reprise de la notion échouée en analysant les séances S3, S4, S5 et S6. Nous avons alors procédé à l'analyse de la séance 7 entière à partir du visionnage du film et du transcript complétés par la construction du synopsis. La vision synoptique permet de respecter le travail d'une séance dans son entité. Il s'agit dans ce cas précis du niveau d'échelle mésoscopique. Nous avons ensuite enquêté à travers les quatre séances précédentes sur les épisodes relatifs à l'apprentissage de la notion reprise. A partir des vidéos des séances nous avons élaboré des résumés d'intrigue pour chacune d'elles. Puis nous avons isolé, transcrit ces épisodes pour y analyser, selon une échelle microscopique, les jeux d'apprentissage déployés par le maître E, enfin nous avons mis les transcriptions obtenues en correspondance avec le discours du maître E dans les différents entretiens[8] menés par le chercheur. L'analyse longitudinale de ces quatre épisodes (séances 3 à 6) à partir des construits cités ci-avant constitue l'échelle macroscopique.
Notre mise en intrigue opérée sur quatre séances[9] est en quelque sorte une histoire des transactions conjointes entre le professeur et les élèves racontée à notre façon. Nous avons voulu rendre compte de l'évolution du savoir dans les séances narrées. La lisibilité de l'action construite ici par le chercheur permet la compréhension de l'action. Cette lisibilité est très orientée, en effet le choix de la mise en intrigue constitue notre griffe, nous livrons pour cela au fil de notre chapitre des topiques (Veyne 1971) ou catégories déterminées dans une interprétation du réel.

3. Analyse de la séquence d'apprentissage

Nous procédons dans un premier temps à la présentation de la séquence globale d'apprentissage « avancer-reculer de 10 » puis nous donnons à voir quelques aspects illustrant les séances 3 et 4 pour introduire ensuite notre focale sur les Séances 5 et 6. Nous analysons succinctement d'une part, la pratique du professeur notamment en termes de jeux d'apprentissage produits *in situ*. Nous enquêtons sur les rôles endossés par le chercheur en entretien de collaboration avec le professeur et sur les effets produits par cette relation didactique coopérative.

3.1. Organisation de la séquence d'apprentissage « calculer de tête, ajouter ou enlever 10 »

La séquence se découpe en deux parties distinctes (cf Tableau 2, ci-dessous) :

S3 Construction L6 en avançant	**S4** Construction L3 en reculant	**S5** Calcul (121 – 30 = ?)	**S6** Calculs (66 – 20 = ?) (71 – 30 = ?)

Tableau 2 : Séquence d'apprentissage « calculer de tête ajouter ou enlever 10 »

Les séances 3 (S3) et 4 (S4) concernent la construction de deux Listes, la Liste 6 en avançant en Séance 3 et la Liste 3 en reculant en Séance 4 ; les séances 5 (S5) et 6 (S6) traitent des calculs du type (X – y = ?) avec X < 130 et y = 20 ou y = 30.

[8] Entretiens pré et post séance, de collaboration et d'auto-analyse.

[9] Par souci d'économie nous ne livrons pas ici l'analyse du moment-clé dépisté en Séance 7 (Cf Nédélec-Trohel, 2008a).

3.2. La préparation du professeur : calculer mentalement des ajouts et retraits de 10

La préparation écrite de la Séance 3, qui débute l'apprentissage, produite par le professeur indique que l'objectif prévu est de « construire et consolider le concept de la dizaine » avec « visualisation de la modification du nombre en fonction de l'ajout de 10 » et la « mémorisation des passages difficiles (70 à 100) ». Les obstacles repérés sont d'une part le « concept de la dizaine » c'est-à-dire « faire la relation entre le paquet de 10 [allumettes] et la dizaine » et d'autre part, le « passage de la centaine » dans la « construction de listes ».

Nous pouvons avancer que le maître E fait jouer ici le jeu d'apprentissage suivant : « ajouter 10 de tête, sans compter sur ses doigts ».

3.3. Construction-type d'une Liste de nombres

Dans la première partie de la Séance 3, le maître E initie la construction individuelle par les élèves de la Liste 6, de 6 jusqu'à 126 par ajouts successifs de 10, pour travailler la composition décimale. Cette Liste 6, une fois achevée, correspond à une colonne de nombres dont la lecture s'effectue de bas en haut pour la relation d'ajout (et de haut en bas pour la relation de retrait). La Figure 2 ci-dessous en présente un extrait :

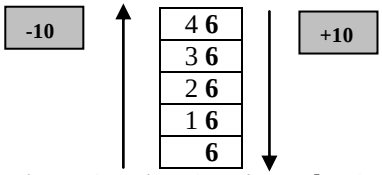

Figure 2 : Liste 6 « ajouts de 10 » amorcée

Voici le déroulement de l'activité : tout d'abord le maître E distribue une liste vierge aux élèves, ensuite, dans une boîte, à la vue de tous, il place six allumettes puis y ajoute un paquet de 10 allumettes ; il demande aux élèves de calculer mentalement le nombre d'allumettes maintenant contenu dans la boîte (sans regarder les paquets et les allumettes) puis d'écrire le nombre obtenu dans la première case située au bas de la colonne ; il précise ainsi « Chacun écrit son résultat et ensuite on fait un tour de table » en vue de rendre publiques les réponses des élèves ; il sollicite enfin un élève pour opérer la validation des réponses en dénombrant le contenu de la boîte. Ceux qui ont trouvé la réponse correcte tracent un point vert à côté de la case correspondant à leur résultat et ceux qui ont échoué tracent un point orange. Ensuite, le maître E engage les élèves à analyser la colonne de nombres obtenue, enfin il procède à une courte institutionnalisation à partir des remarques des élèves.

3.4. Quelques aspects-clés relatifs à la situation d'apprentissage en S3 et S4

Reprenons, de façon succincte, l'objet de l'apprentissage visé en séance 3 et 4. Le professeur spécialisé a pour objectif d'amener les élèves à prendre en compte les transformations du nombre à chaque ajout (séance 3) ou retrait de 10 (séance 4) pour que ces derniers puissent ensuite utiliser une technique de calcul mental pour ajouter ou enlever une ou plusieurs dizaines à un nombre. La technique consiste à garder l'unité et à augmenter ou diminuer les chiffres des dizaines, ce qui pourrait donner en utilisant l'unité « allumette » : si j'enlève 30 à 124, alors je garde mes 4 allumettes et je diminue de 3 mes 12 paquets de 10 allumettes, j'obtiens ainsi 9 paquets de 10 et 4 allumettes ce qui correspond à 94 allumettes.

En vue de contextualiser l'action conjointe professeur-élèves, nous évoquons maintenant deux aspects-clés relatifs à la situation « Liste X » qui ont marqué respectivement les séances 3 et 4 puis nous analysons rapidement le jeu didactique du professeur *in situ*.

3.4.1. Un obstacle à la structuration décimale

Dans les séances 3 et 4, les élèves ont analysé leur colonne renseignée individuellement (cf Figure 3, ci-dessous).

126
116
106
96
86
76
66
56
46
36
26
16
6

Figure 3 : Liste 6 renseignée individuellement en S3

Ils observent *ce qui change* et *ce qui ne change pas*[10], c'est-à-dire les dizaines changent et les unités ne changent pas. En séance 3, par exemple, une élève (Kali) questionne le maître à ce propos (Tdp 36) « on entoure aussi les centaines parce que les centaines ils changent ? ». Le professeur demande alors à Kali en désignant la partie supérieure de la Liste 6 (Tdp 39) « [...] est-ce qu'elles changent, en haut-là, les centaines ? ». L'élève répond négativement sans doute parce qu'elle constate que le chiffre 1 de 126 est récurrent dans 106, 116 et 126 ou tout simplement parce qu'elle est convaincue que le maître a raison. Ce dernier précise au groupe (Tdp 41) « on doit entourer quelque chose qui change à chaque fois » qui signifierait que les centaines ne changent pas. La réponse donnée à l'élève est peu explicite.

Cette confusion de nature sémantique (les notions de paquets de 10, de dizaines, de centaines et d'unités sont floues) aurait pu être évitée si le professeur avait converti d'emblée le nombre donné en paquets de 10 et abandonné momentanément le terme dizaine. La « compartimentation » de 106 en 6 unités, 0 dizaines et 1 centaine[11] s'avère erronée car, dans ce cas précis, elle contre la perception de la structuration du nombre en groupements de 10.

Nous attirons maintenant l'attention sur un aménagement de la situation d'apprentissage concrétisé par l'affichage par le maître E de la Liste 6 au tableau. Ce dernier prendra appui sur cet outil dans les Séances 5 et 6 de manière à favoriser l'apprentissage de la structuration décimale du nombre.

3.4.2. La Liste comme objet collectif de référence

En séance 4, le professeur s'aperçoit que les élèves ont achevé leur Liste 3 (de 103 vers 3) seuls sans attendre le dernier retrait de paquets de 10 allumettes, il dit à ce propos (Tdp 144) « alors je vais noter au tableau, vous allez me dire ce que vous avez trouvé [...] puisque tout le monde a fini sa liste ».

Ici l'enseignant choisit d'une part d'interrompre la manipulation d'allumettes et d'autre part il choisit de rendre publics les résultats des élèves en amenant ces derniers à compléter

[10] Selon les termes utilisés par les élèves. En effet si nous analysons la colonne de nombres renseignée (Figure 3 p. 5) le chiffre indicatif des dizaines augmente ou diminue tandis que celui indicatif des unités est identique.

[11] Cf Tableau de numération c/d/u

collectivement et oralement la Liste 3 vierge, reproduite au tableau. Cette Liste 3 devient l'objet d'attention du collectif et un objet d'apprentissage en lui-même. Celui-ci permet de suivre le raisonnement actualisé, d'en conserver les étapes lors d'une reprise, ainsi cet outil contribue à alimenter la mémoire didactique collective du regroupement. Le professeur recueille des énoncés tels que « c'est les dizaines qui changent » ou « ça recule » qu'il prend soin de faire préciser aux élèves « ça recule de combien ? de 10 ».

Caractérisons maintenant les jeux d'apprentissage, spécifiés aux connaissances mathématiques en jeu, actualisés par le professeur *in situ*, c'est-à-dire les actions que le professeur met en place pour favoriser la production de stratégies gagnantes par les élèves (Sensevy, 2007).

3.4.3. Jeu d'apprentissage A actualisé en Séances 3 et 4

Dans cette séquence d'apprentissage amorcée en Séances 3 et 4, le professeur mène un jeu d'apprentissage, nommé A, qui correspond à « Ajouter ou retirer 10 de tête sans compter sur ses doigts » dont les règles définitoires ne sont pas formulées verbalement par l'enseignant, puisque ce dernier n'énonce d'aucune façon le savoir mathématique visé. Les élèves, sollicités par le maître E pour analyser la Liste renseignée, constatent des *changements* et énoncent une règle d'action très floue (*ça change* ; *ça change pas ; ça recule/de combien ? /de 10 ; c'est les dizaines qui changent*) qui n'est pas ou peu précisée par l'enseignant (qu'est-ce qui change, pourquoi ça change ?). Ce dernier ne procède en effet à aucune régulation pour engager les élèves à calculer de tête en délaissant la liste. Nous pouvons ainsi avancer que les élèves n'utilisent pas la règle attendue pour calculer rapidement puisque le maître E ne produit pas de règles stratégiques (par exemple issues de leurs observations) pour les y amener. En revanche, c'est le réaménagement du milieu produit par le professeur en rendant publique la validation collective par le biais de l'affiche, qui permet au support d'endosser la fonction d'objet d'analyse et d'entrer ainsi dans le contexte cognitif commun de l'action de l'enseignant. Ce réaménagement du milieu permet au maître E d'affirmer la puissance de l'objet liste qui relève en conséquence d'un objet mathématique de premier plan dans le regroupement d'adaptation.

Nous abordons maintenant les séances 5 et 6 en prenant appui sur les deux entretiens de collaboration précédents les séances, entre chercheur et professeur spécialisé.

3. 5. S5 et S6 : tentatives d'articulation du calcul-boîte et du calcul-Liste

Nous portons notre attention sur de petits événements issus des discours du chercheur et du maître E, au cœur des entretiens de collaboration et nous procédons à l'analyse du jeu didactique du professeur *in situ*.

3.5.1. Entretien de collaboration ante *S5 : Un chercheur masqué*

Le maître spécialisé (Tdp 369) s'adresse au chercheur, trois jours plus tard, à propos du travail effectué en Séances 3 et 4. Il dit « [...] *moi j'aimerais bien savoir s'ils [les élèves]ont retenu des listes, aussi ».* Le chercheur lance alors plusieurs pistes : il évoque notamment à demi-mots l'articulation boîte (calculs) et (situation des) Listes et il propose une Liste affichée, à renseigner collectivement, comme support aux calculs donnés. Nous analysons maintenant quelques extraits des échanges des deux protagonistes à ce propos. Cette articulation vise entre autre la connaissance des deux propriétés du nombre que sont l'ordre et le cardinal.

Articulation boîte fermée et Listes

Le chercheur a ici une idée précise de la situation, il a en tête de prendre appui sur la suite des 10 (aspect ordinal) pour favoriser le calcul rapide (aspect cardinal). Il souhaite que les élèves puissent vérifier leurs réponses en ouvrant la boîte contenant les allumettes maintenue fermée, ce qui permet la validation ou non de leurs stratégies respectives pour éventuellement les modifier en cas d'erreur.

Le chercheur suggère ainsi au professeur (Tdp 374) l'utilisation de « [...] la boîte avec une quantité cachée » pour les calculs en rappelant que jusque-là les Listes étaient utilisées avec la boîte ouverte (manipulation à la vue de tous). Selon lui, la correspondance nombre-groupements de 10 illustrée par les paquets d'allumettes réfère directement aux Listes. Le chercheur propose aussi au maître E l'alternance des ajouts et des retraits dans les calculs donnés. Aux Tdp 381-385, le maître E dit aussitôt «Et donc je mélange l'ajout et heu, le retrait [...] hum donc cette fois-ci j'utilise une boîte fermée et mais je vais garder les allumettes c'est bien les allumettes ! » .

Le chercheur pense que le maître E est sur la même longueur d'onde que lui, il reste en conséquence évasif sur la mise en oeuvre. L'enseignant va alors évoluer dans un flou didactique, guidé par son ingéniosité pratique.

La liste comme support affiché

Le chercheur évoque aussi la possibilité de donner la liste (vierge) à construire aux élèves et de se repérer sur la bande numérique en fonction de leurs besoins. Il précise au maître E (Tdp 408) « Je reprends des éléments dont tu avais parlé avant, hein ... » (sous entendu, lors de l'entretien post-séance 4) sans doute de crainte d'endosser un rôle de prescripteur envers le professeur.

Les façons du chercheur de suggérer en s'appuyant sur les propos du professeur montre un manque d'aisance à se positionner pour dire et montrer. Le chercheur ne précise pas ses intentions, il ne fait pas de propositions nettes et l'enseignant ne peut que produire une interprétation approximative d'une manière de faire possible. Ici le travail est conjoint certes mais il n'est pas réellement coopératif.

Nous prenons maintenant connaissance de la mise en oeuvre de la situation d'apprentissage par le professeur dans la séance 5 en nous intéressant aux jeux d'apprentissage produits par ce dernier suite à cet entretien de collaboration.

3.6. Réactivation de la Liste 6 en séance 5

La préparation écrite de la séance 5 par le professeur manifeste un changement des objectifs (Tableau 4, ci-dessous) :

Objectifs Séance 4	**Objectifs Séance 5**
- Construire et consolider le concept de la dizaine - Ajouter, retirer 10	- Utiliser en calcul mental des procédures efficaces basées sur l'ordre et la numération décimale (ajout, retrait de 10)

Tableau 4 : Objectifs du maître E en S4 et S5

Il réactualise l'objectif initial correspondant à construire des procédures « de tête » efficaces pour ajouter ou enlever 10. L'enseignant mentionne cette fois dans sa préparation l'obstacle constitué par la décomposition décimale des nombres sans doute parce qu'il a constaté les faiblesses de certains élèves qui décomptent de 1 en 1 en utilisant leurs doigts.

Le maître E donne le calcul (121 – 30 = ?) en utilisant le support de la boîte cette fois fermée. Il dit aux élèves (Tdp 153-155-168) "J'ai 121 allumettes [...] Et j'en enlève 30 ! [...] Sans poser l'opération [...] on n'écrit pas les opérations sur les mains, on essaie de faire d'une autre façon".

Puis il constate que les élèves n'ont pas employé la technique attendue, celle utilisée en Séance 4 pour construire la Liste 3 en reculant. En effet une élève Gwendoline a écrit une addition posée sur sa main, elle trouve 90 ; Kali a procédé à une addition posée mentalement, sa réponse est 190 et Halima a décompté de 1 en 1 sur ses doigts, son résultat est 93. La technique attendue pourrait être : j'ai (121 – 30 = ?), c'est-à-dire j'ai 12 paquets de 10 et 1 tout seul, je garde le 1 et j'enlève 3 paquets de 10 à 12, j'obtiens 9, en tout j'ai 91 (9 paquets de 10 allumettes et une allumette toute seule). Le professeur entreprend tout d'abord de

décomposer le cardinal 30 à enlever de 121 en demandant aux élèves (Tdp 264) « Il y a combien de 10 dans 30 ? » tout en attirant leur attention sur ses dix doigts. Puis il change de stratégie pour prendre appui sur la Liste 6 affichée qu'il accroche au tableau. Il entreprend de réactiver les souvenirs des élèves sur les ajouts de 10 opérés collectivement en séance 3. Il énonce une hypothèse :

(Tdp 309) « Oui alors si j'en avais 126, on serait arrivé à combien si j'en enlève 30 ? ». Le maître fait glisser sa main de la case 126 à la case 116 et demande :

(Tdp 313) « Là j'ai enlevé combien d'allumettes ? ». Les réponses des élèves indiquent qu'ils confondent les retraits de 10 sur la Liste affichée et le retrait de 30 allumettes dans la boîte, alors le professeur dit en montrant à nouveau le passage de la case 126 à 116 (Tdp 331) « Là, on avait dit que j'en enlevais 10, ici ». Par cette affirmation le maître E offre ainsi une convention aux élèves, un *énoncé-étape* qui lève l'ambiguïté.

L'enseignant poursuit sa démonstration de 116 à 96. Il dit en désignant la case 96 (Tdp 347) « Donc si j'en enlève 30 j'arrive ici », sous entendu si j'enlève 30 à 126 j'effectue trois sauts de 10 et j'arrive sur la case 96. Le maître E produit ici ce que nous appelons un *énoncé de conséquence* pour finaliser cette démonstration qui a pour objectif d'institutionnaliser la technique démontrée. Il conclut par l'opération de validation des résultats par un élève qui dénombre les 96 allumettes restantes dans la boîte.

3.7. Jeu didactique du maître E : tentatives de réduction de l'incertitude des élèves en S5

3.7.1. Une contrainte et des adaptations

Le professeur surpris par le fait que les élèves n'utilisent pas le saut de 10 étudié injecte la seule Liste qu'il possède sous forme d'affiche, c'est-à-dire la Liste 6 afin de réactiver la manière de faire pour effectuer des sauts de 10. Ce faisant il contraint les élèves à changer de milieu, à quitter la situation 121 – 30 pour celle correspondant à 126 – 30 avec l'hypothèse du Tdp 309 (Cf ci-dessus).

L'enseignant fait un pas énorme vers les élèves pour réduire l'incertitude dans la situation de travail en concevant des adaptations. D'une part l'utilisation de la Boîte combinée à la Liste, avec la référence à l'unité allumette, a contraint les élèves à envisager le retrait sous les aspects cardinal et ordinal. D'autre part, la réactivation de la liste affichée accompagnée de l'explicitation de son mode d'emploi (ostensif), constitue une aide pour retirer successivement trois fois dix. Enfin, fait nouveau, l'injection de deux énoncés-clés (énoncé-étape et énoncé de conséquence) comme une sorte de régulation (R1 et R2), un jeu de langage (au sens wittgenstanien) qui participe de la compréhension de la structuration décimale du nombre. Ce jeu de langage n'existe que par les gestes ostensifs produits par le professeur pour que les élèves établissent enfin des liens entre la structuration décimale du nombre et le saut de 10 concrétisé par le passage d'une case à l'autre, en vue de retirer aisément 10, 20 ou 30.

3.7.2. Introduction du jeu d'apprentissage B en soutien au jeu A

Ces adaptations conçues par le professeur servent indirectement le jeu d'apprentissage A (Ajouter ou retirer 10 de tête sans compter sur ses doigts). En effet dans la séance 5 (et aussi dans la Séance 6, nous le verrons un peu plus loin) l'enseignant a pour objectif d'amener les élèves à effectuer des calculs « de tête » en utilisant la composition ou décomposition décimale étudiée dans la construction des Listes 6 et 3. Il donne pour cela à effectuer aux élèves des calculs avec ajouts ou retraits de deux ou trois dizaines. En cela il convoque un second jeu d'apprentissage que nous nommons B qui correspond à « mettre en relation le calcul avec la boîte et le calcul avec la Liste » et qui soutient le jeu d'apprentissage A selon un phénomène de coopération entre jeux (Marlot, 2008). Le professeur s'assure ainsi de la

reprise des statuts des connaissances construites par les élèves en difficulté (paliers qualitatifs dans l'apprentissage d'une notion, Brousseau et Centeno, 1991), pour structurer le nombre. On peut résumer les choix du professeur par un *système stratégique* composé de trois étapes ou unités : il effectue tout d'abord la réactivation de la construction de la Liste 6 sur le support collectif produit en Séance 3 (R1) ; puis il produit la technique de l'énoncé-étape (R1b) et de l'énoncé de conséquence (R1c) dans sa démonstration au tableau. Enfin il conclut sa démonstration par la validation du calcul initial par le dénombrement des allumettes contenues dans la boîte.

La formulation verbale par le professeur des règles définitoires du jeu d'apprentissage A est seulement amorcée par la démonstration sur la Liste 6 des retraits successifs de 10 en conservant comme unité de référence l'allumette. Nous pouvons dire que les élèves n'utilisent pas la règle attendue pour calculer rapidement puisque l'enseignant ne produit toujours pas de règles stratégiques pour les y amener. Le professeur ne procède encore à aucune régulation pour engager les élèves à calculer de tête en délaissant la Liste.
En suivant Sensevy (2007), nous pouvons dire que le professeur atténue la perception de ses intentions en effectuant un renvoi régulier au milieu-Liste. Il s'agit bien ici d'une réactivation d'un élément issu du contexte cognitif commun construit par le collectif pour illustrer la décomposition décimale de 126 qui s'insère dans le jeu d'apprentissage A. Les potentialités prétendues antagonistes de ce milieu n'ont pas l'effet attendu à cause du déficit d'informations concernant les objets mathématiques et du degré d'incertitude dans lequel sont maintenus les élèves (mais aussi à cause de l'inadéquation entre le calcul et la Liste 6). En effet, l'enseignant ne prend pas la responsabilité didactique d'institutionnaliser précisément les éléments pouvant construire la certitude des élèves (qu'est-ce que 10, une dizaine, un paquet, que se passe-t-il quand on ajoute 10, quand on ajoute 1, que signifie le passage d'une case à l'autre). C'est le geste d'enseignement (Sensevy, 2005) amorcé, constitué par les deux énoncés spécifiques (*étape* et *de conséquence*) et la démonstration sur la liste affichée qui relance les transactions entre professeur et élèves car ces éléments sont porteurs des enjeux de savoir.

3.8. Entretien de collaboration *ante* S6 : le chercheur s'engage

> Suite à cette séance 5 le chercheur va maintenant inciter à sa manière le professeur à rendre explicite son objectif de mise en lien des calculs et des Listes dans le cadre de l'entretien de collaboration. Nous prenons maintenant connaissance de cet entretien qui a lieu trois jours avant la Séance 6.

3.8.1. Incitation du chercheur à dire et à montrer

Trois jours après la Séance 5, le maître E fait part de son constat au chercheur : les élèves ont tous échoué au calcul mental (121 – 30 = ?). Ceci incite le chercheur à remettre en question l'articulation[12] du calcul avec la boîte et du calcul avec la Liste. Voici, ci-dessous, un extrait de cet épisode :

CH	ME
91.A**lors on peut se poser la question** (*réfléchit*) tu disais que tu n'avais pas voulu induire, de faire heu d'expliquer heu la relation entre la liste et puis la boîte, si je m'en rappelle bien de tes propos ?	92. Humhum

[12] Elément évoqué dans l'entretien post-Séance 5 que nous ne pouvons développer ici.

93. (*cite le ME*) : «Non, j'ai pas voulu induire » pensant qu'ils allaient sans doute trouver ?	94. Oui mais ils ne font pas le trans' enfin heu (*tergiverse avec la main*) la rela'
95. (*simultanément*) : Le lien ?	96. Oui le lien oui
97. **Ils ne font pas le lien**, c'est ce que tu disais, il ne font pas le lien, **donc il faudrait les y aider**.	98. Pourtant on a fait ça avec la boîte, hein, (*regarde Ch*), on a fait ça avec la boîte mais bon c'était un peu différent mais, heu ...
99. Ca n'est pas un processus qui est intégré pour le calcul mental (*ME hoche la tête*) alors …	100. Je crois qu'il faudrait que j'insiste sur heu, sur aussi le calcul mental, c'est aussi calculer le plus rapidement possible (*regarde Ch*).
101. (*hoche la tête*) : Hum	102. J'ai pas l'impression qu'ils soient dans ce, ils sont attachés au résultat, bon c'est normal et puis heu …
103.Oui	104. Et puis c'est vrai que depuis les premières séances je leur pose des questions (mouvements cycliques de la main) sur le comment tu fais alors et tout ça (*regarde Ch*), c'est vrai ils sont attachés ...
105. Hum	106. Alors, est-ce que du coup, ils n'oublient pas un petit peu, l'objectif quoi c'est de, quand même, d'arriver à trouver des procédures qui soient rapides quoi.
107. Qui soient rapides. Alors en fait là ce qu'on recherche est-ce que c'est une technique (*regarde ME*) ? qu'ils acquièrent une technique pour qu'ils calculent rapidement, parce que si c'est l'acquisition d'une technique heu, **puisqu'ils n'ont pas réussi à faire le lien pourquoi ne pas la leur montrer quoi**, **on peut se poser la question ?**	108. Humum

Le chercheur prend la main pour suggérer à l'enseignant (Tdp 97) d'aider les élèves à mettre en relation la boîte et les Listes pour calculer mentalement (pour cela il use prudemment du verbe falloir au conditionnel). Au Tdp 107, il s'appuie sur la cause de l'échec constaté «puisqu'ils n'ont pas réussi à faire le lien [...]» (sous-entendu, entre le calcul avec la boîte et le retrait de 10 avec la Liste) pour suggérer « pourquoi ne pas la [la technique] leur montrer », sous entendu, on montre aux élèves comment s'y prendre pour construire la technique de calcul mental attendue. Le chercheur reste évasif, il ne se risque pas à faire la démonstration sans doute par crainte d'endosser un rôle de prescripteur.

Puis le chercheur semble s'engager, il dit au professeur :

(Tdp 111) « Oui mais la technique de, quand on avance de 10, heu si par exemple on a 7, on avance de 10, ben on garde le 7 et on met un 1 devant, en fait c'est ça hein ? ». Mais il ne fait que décrire succinctement la manière de faire, en n'abordant que l'aspect « transformation du nombre ». Ce dernier n'utilise pas le langage mathématique de rigueur (comme suggéré dans le point 2, selon une construction du chercheur *stricto sensu* dans un après-coup), cette manière de dire pourrait constituer un des aspects du travail coopératif entre le chercheur et le professeur à propos des notions de composition et décomposition décimales.

Enfin, en vue de renforcer l'effet visé, le chercheur remet en question les capacités des élèves à utiliser la technique des sauts de 10 (Tdp 122) sans doute pour démontrer au professeur que travailler sur la Liste n'est pas suffisant : il ne faut pas craindre de montrer et de dire aux élèves comment s'y prendre pour enlever 20 par étapes de 10.

3.8.2. Une réflexion conjointe chercheur-maître E amorcée sur l'utilisation de la Liste adéquate

La réflexion du chercheur (Tdp 97-99) semble suivie d'effets (partiels) car le maître E dit en hochant la tête (Tdp 100-104-106) « Je crois qu'il faudrait que j'insiste sur heu, sur aussi le calcul mental, c'est aussi calculer le plus rapidement possible [...] ». L'enseignant, en reconnaissant ici sa focalisation sur les procédures des élèves (le comment), opère une remise en question de sa manière

d'enseigner. Le chercheur suggère alors au professeur de « […] proposer une situation avec, la Liste qui va avec à chaque fois […] du style 121 - 30 », voici la suite de son propos :

CH	ME
120. *(poursuit)* Tu leur donnes la liste de 1 à compléter avant ou après	121. oui
122. Et puis tu vois quelque chose comme ça ? heu je dis tu, enfin en général hein ? on pourrait penser qu'en leur donnant la liste sur un brouillon, enfin sur une petite feuille à part qui correspond à la situation que tu as donnée, leur permettrait de se dire ben oui : 1 ; 11 ; 21 ; 31 (ajouter 10) ou alors 131; 121 et (fait le geste de sauter avec la main)…mais est-ce qu'ils sont encore dans cette, est-ce qu'ils sont déjà à cette étape là ? C'est-à-dire être capable en remontant de dire qu'on a fait des sauts de 10 ? Ils l'ont dit ! Mais est-ce qu'ils sont capables de l'utiliser ? on peut se poser des questions là ?	123. Oui, on peut se poser cette question-là aussi parce que quand j'ai ressorti la liste heu (regarde Ch), ils avaient du mal, hein, quand même à me redire ce qu'on avait fait.

Le chercheur change ici de rôle, il prend la responsabilité de dire au professeur. Pour cela il use de l'injonction suivante (Tdp 120) « tu leur donnes la Liste de 1 à compléter avant ou après [...] » il en explique aussitôt la raison en usant ainsi du conditionnel pour en atténuer l'effet « on pourrait penser que, en leur donnant la Liste, sur un brouillon enfin sur une petite feuille à part, qui correspond à la situation que tu as donnée , [ceci] leur permettrait de se dire ben oui : 1 ; 11 ; 21 ; 31 ou alors 131; 121 » . Nous observons que le chercheur prend bien soin de préciser que la Liste 1 correspond au calcul donné, ceci en référence à la séance 5 dans laquelle le professeur donne la référence de la Liste 6 pour le calcul 123 – 30.

Suite à cet entretien de collaboration entre les deux acteurs, regardons maintenant comment le professeur s'y prend en Séance 6 pour amener les élèves à ajouter ou enlever 20 et 30.

3.8.3. Des régulations du professeur en Séance 6

Le professeur donne deux calculs aux élèves en Séance 6 : (66 – 20 = ?) et (71 – 30 = ?) et il observe que la plupart des élèves ne réactivent pas la technique donnée en Séance 5, c'est-à-dire calculer (66 – 20 = ?) en reculant par sauts de 10. L'enseignant procède alors à plusieurs régulations que nous nommons R2 et R3.

La première régulation (R2[13]) consiste à distribuer aux élèves leur Liste 6 individuelle renseignée en séance 5. Le maître E procède ainsi à un réaménagement du milieu pour inciter les élèves à réactiver le retrait par saut de 10 en reculant. Le milieu Liste constitue ici un ostensif puissant puisque le maître E ne verbalise pas la technique comme en Séance 5. Il nous semble que l'appui sur la convention « on dit que » (séance 5) est tacite. L'enseignant requiert l'aide des élèves en les questionnant. En conséquence, la Liste 6 tracée au tableau (adéquate cette fois au calcul donné) et la démarche correspondante (séance 5) définissent le contrat didactique entre le professeur et les élèves.

L'enseignant procède par étapes en fournissant un énoncé-clé (formulé sous forme d'hypothèse-question :

(Tdp 146) "si on enlève 10, on arrive à ?", sous entendu, quand on enlève 10, on fait un saut de la case 66 à la case 56.

En R2a et R2b le maître E cadre et guide l'action des élèves sur leur propre liste en montrant à chaque retrait un paquet d'allumettes. La validation collective par le biais de la boîte vient ensuite appuyer cette démonstration par les deux retraits successifs d'un paquet de 10 allumettes. Le professeur réactive ici le schème *enlever 20 sur la Liste 6* qui sert un sous-jeu d'apprentissage que nous nommons B2 correspondant à « articuler le calcul 66-20 avec la Liste 6 ».

[13] Nous donnons à voir ces régulations (R) dans la Figure 6 P.14

Voici une ébauche du geste d'enseignement amorcé en S5 et S6, (Tableau 1, ci-dessous) :

Régulations (R)	Actions conjointes ME-élèves	Commentaires
R2	Distribution de la Liste 6 individuelle renseignée ;	Réactivation de la Liste 6 (construite en S3) en avançant de 10 pour calculer (66 – 20 = ?)
R2a	Retraits simultanés un à un des paquets d'allumettes de la boîte.	Objet-Liste 6 individuelle comme objet d'apprentissage pour avancer et reculer de 10 ou ajouter et retirer 10 ;
R2b	Hypothèse-question : « si on enlève 10, on arrive à ? »	Intrication de R2a et R2b.

Tableau 5 : Ebauche du geste d'enseignement amorcé en S5 et 6

Nous analysons maintenant le travail de l'enseignant, en séance 6, concernant le calcul (71 – 30 = ?). Ce dernier donne directement la Liste 1 à renseigner aux élèves (R3) puis il requiert l'attention des élèves :

ME	K	G ou C
221.*(à K)* Fuuuuu, Heu, ben écoute, on va regarder,*(aux élèves)* est-ce que vous pouvez vous retourner deux secondes par ici, on va essayer de faire ça sur le tableau, heu comment, Kali, elle a écrit ça sur son tableau *(ME écrit 71 dans la case placée au bas de la Liste)* Kali, 71, après, Kali ?	222. *(à ME)* 61	
223. 61, après (*écrit 61 dans la case placée au-dessus de 71*)	224. *(à ME)* 51	225. G *(râle)* : i
226. Attends, attends, 51, après (*écrit 51 dans la case placée au-dessus de 61*)	227. *(à ME)* 41	
228. 41, après (*écrit 41 dans la case placée au-dessus de 51*)	229. *(à ME)* 31, etc.	
230. 31 (*écrit 31 dans la case placée au-dessus de 41*), donc elle a fait sa liste avec les 1, Halima, tu écoutes. Elle me dit donc au départ j'avais combien d'allumettes ?	231. *(à ME)* 71	
232. 71. J'en ai enlevé ?	233. *(à ME)* 30	
234. 30, ça veut dire combien de paquets de 10 ?	235. *(à ME)* 3	
236. 3, hein ? pour aller de 71 à 61, j'ai enlevé combien ?	237. *(à ME)* 10	
238. 10, donc moins	239. *(à ME)* 10	
240. 10 *(relie 71 et 61 et écrit –10)*, d'accord, Halima ? J'arrive ici *(montre 61)* **Là j'ai enlevé 10**. J'en enlève encore ?	241. *(à ME)* 10	
242. 10 *(fait un lien entre 61 et 51 et écrit –10)* et j'en enlève encore ?	243. *(à ME)* 10	
244. 10*(fait un lien entre 51 et 41 et écrit –10)* , j'arrive à combien *(montre 41)* ?	245. *(à ME)* 41	246. C : 41 !
247. *(répète)* 41		

Le maître E trace au tableau la Liste 1 vierge de 71 à 41, il écrit 71 dans la case inférieure et complète la colonne à partir des réponses des élèves. Puis il trace un lien entre 71 et 61 pour illustrer le saut de 10. Il y appose –10 et dit « J'arrive ici » en désignant la case 61 et synthétise « là j'en ai enlevé 10 ». Il élabore une hypothèse question « J'en enlève encore ? », recueille la réponse 10 de la part de Kali puis trace un lien entre 61 et 51 et écrit à nouveau –10, il renouvelle cette opération pour le passage de 51 à 41 et dit « J'arrive à combien ? » en montrant 41. Enfin le maître valide lui-même le résultat en dénombrant le contenu de la boîte, il trouve 41.

Nous remarquons que le professeur procède à la régulation R3b,c (illustration des trois sauts successifs de 10 par les liens placés d'une case à l'autre en R3b, cf ci-dessous Figure 3, soutenus par les énoncés correspondants en R3c, Cf ci-dessous Figure 4) alors que tous les élèves ont trouvé la réponse correcte. L'objectif de l'enseignant n'est pas la réponse exacte au calcul mais la construction d'une technique pour enlever 30. Pour cela il rend publique la

procédure de Kali à la manière d'un trilogue (Schubauer-Leoni, 2003). Cette régulation, de type méthodologique, permet aux élèves de réactiver la technique apprise.

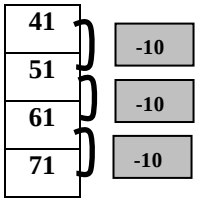

Figure 3 : Liste 1 reproduite au tableau par ME

Ainsi l'enseignant montre la stratégie pour construire et utiliser la Liste 1 en vue de calculer (71 – 30 = ?). Ces deux sous-régulations (R3b et R3c) servent un sous-jeu d'apprentissage nommé cette fois B3 qui correspond à *construire la Liste 1 pour enlever 30 de 71*. On identifie à nouveau ici deux moyens de validation : tout d'abord par les sauts de 10 effectués sur la Liste puis ensuite par le comptage des paquets d'allumettes de la boîte. Cette manière de faire articule d'emblée liste et boîte. C'est, selon le professeur, ce qui devrait amener les élèves à percevoir comment calculer X – 20 ou X – 30.

3.8.4. Ebauche d'un système stratégique sur la séquence d'apprentissage

Dans cette séquence d'apprentissage le professeur spécialisé a complété en Séance 6 le système stratégique amorcé en Séance 5 (Cf Figure 6, ci-dessous).

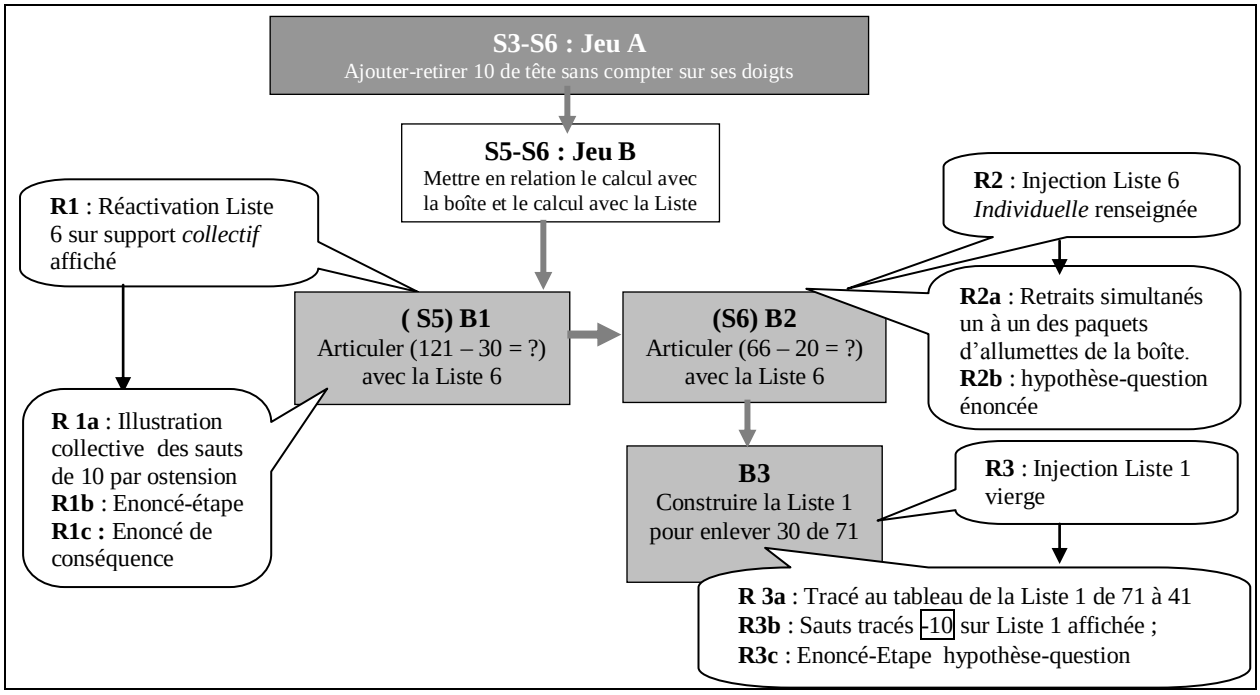
S3-S6 : Jeu A
Ajouter-retirer 10 de tête sans compter sur ses doigts
S5-S6 : Jeu B
Mettre en relation le calcul avec la boîte et le calcul avec la Liste
R1 : Réactivation Liste 6 sur support *collectif* affiché
R2 : Injection Liste 6 *Individuelle* renseignée
(S5) B1
Articuler (121 – 30 = ?) avec la Liste 6
(S6) B2
Articuler (66 – 20 = ?) avec la Liste 6
R2a : Retraits simultanés un à un des paquets d'allumettes de la boîte.
R2b : hypothèse-question énoncée
R 1a : Illustration collective des sauts de 10 par ostension
R1b : Enoncé-étape
R1c : Enoncé de conséquence
B3
Construire la Liste 1 pour enlever 30 de 71
R3 : Injection Liste 1 vierge
R 3a : Tracé au tableau de la Liste 1 de 71 à 41
R3b : Sauts tracés -10 sur Liste 1 affichée ;
R3c : Enoncé-Etape hypothèse-question

Figure 6 : Système stratégique de jeux d'apprentissage A et B dont B1, B2 et B3 avec régulations R1 à R3

Nous observons que le jeu d'apprentissage B « Mettre en relation le calcul avec la boîte et le calcul avec la Liste » se décline en trois sous-jeux d'apprentissage B1, B2 et B3 menés pour inciter les élèves à penser la décomposition décimale du nombre pour calculer, ce qui correspond à prendre en compte l'aspect ordinal du nombre. En Séance 6 le maître E reconvoque des jeux spécifiques présents dans le milieu. En effet, d'une part, il articule le calcul (66 – 20 = ?) avec la Liste 6 ce qui constitue le jeu B2 et d'autre part il incite les élèves à renseigner la Liste 1 pour enlever 30 de 71, ce qui relève du jeu B3. Les règles définitoires des jeux B2 et B3 sont floues. C'est lorsque le professeur va procéder au renseignement

collectif de la Liste 1 (vierge donnée aux élèves) qu'il montre de façon ostensive les *règles* définitoires du jeu d'apprentissage B3 *construire la liste 1 pour enlever 30 de 71*.

4. Discussion à propos d'une forme d'ingénierie

4.1. Modes de coopération entre chercheur et professeur à l'école élémentaire

Dans cette ingénierie exploratoire le chercheur coopère avec l'enseignant spécialisé pour construire la trame des séances d'apprentissages mais ce qu'il dit au professeur est, nous l'avons vu, peu explicite. Le chercheur procède en effet par mots-clés ou référents[14] connus de lui, issus de situations de travail étudiées et mises en œuvre, mais qui s'avèrent flous pour le professeur qui met en œuvre ces situations d'apprentissage.

Le chercheur ne s'est donc pas véritablement engagé dans une réflexion didactique conjointe avec le maître E. Il (le chercheur) a tout d'abord suggéré l'articulation de la boîte jaune avec les listes au cours de l'entretien de collaboration précédent la séance 5. En revanche son implication dans l'entretien de collaboration situé entre les séances 5 et 6 s'avère déterminant même s'il endosse à peine à cette occasion les rôles imbriqués de chercheur-didacticien et de maître E expert. En effet il s'agit ici d'une incitation forte adressée au professeur à se démasquer en vue d'apprendre aux élèves de façon explicite ce qu'ils n'ont pu trouver seuls. Ainsi nous observons que le chercheur s'engage si et seulement si les objectifs du dispositif sont menacés.

En incitant le professeur à articuler le calcul (aspect cardinal) à la liste correspondante (aspect ordinal) le chercheur contraint le maître E à viser la maîtrise de la technique pour retirer mentalement plusieurs dizaines. Ce dernier procède alors à l'approfondissement de la démonstration amorcée en séance 5 (jeu B1) notamment lorsqu'il déploie en séance 6 les jeux B2 et B3 intimement connectés. Confronté, en séance 5, à la difficulté des élèves pour calculer (121 – 30 = ?) en B1, il choisit deux situations de calcul plus aisées (66 – 20 et 71 – 30) pour favoriser la mise au point de la technique de retrait. Il s'appuie pour cela sur la liste 6 distribuée à chacun afin d'illustrer les retraits de deux paquets de 10 allumettes. Ainsi il allie explicitement les propriétés du nombre constituées par le cardinal et l'ordre. Puis il ponctue sa démonstration par une validation collective à l'aide du matériel (boîte). Le jeu B3 contraint les élèves à renseigner la Liste 1, c'est-à-dire que l'enseignant incite les élèves à se focaliser d'emblée sur la structuration décimale du nombre 71 pour retirer 30. Puis le maître E déplace l'attention des élèves sur la liste 1 affichée afin de livrer un jeu de langage composé d'énoncés, dit d'étape et dit hypothèse-question, utilisant des termes relatifs aux paquets de 10 allumettes (cardinal) et aux sauts de 10 (ordre). C'est la régulation R3abc relative à une intrication énoncé-ostensif qui fondent le geste d'enseignement amorcé précédemment décrit (Tableau 5 et Figure 4). Le professeur spécialisé fait donc ici preuve d'ingéniosité pratique pour amener les élèves à se saisir d'une technique pour effectuer des retraits de plusieurs dizaines.

Nous avons vu que les *changements* ou non *changements* des chiffres composant les nombres de la colonne ont été perçus rapidement par les élèves lors des séances 3 et 4. En supposant qu'ils aient tous bien perçu la signification des effets récurrents constatés de cette transformation (le retrait d'un paquet de 10 diminue d'1 le chiffre placé *à gauche* du 6), ils n'étaient pas capables d'en déduire comment retirer, mentalement et rapidement, trois dizaines de 121 (jeu B1). Le jeu B3 serait à ce point de vue déterminant car il allie deux types de connaissances qui participeraient, entre autre, de la structuration optimisée du nombre. La connaissance des effets de l'ajout ou du retrait de n dizaines dans l'écriture numérique d'un nombre viendrait s'articuler à celle de la composition et décomposition décimales, de ce nombre, rencontrée dans le tableau des nombres sous une forme verticale. Par le biais de cet

[14] Un de ces référents par est exemple constitué par la Liste affichée utilisée comme support collectif pour maîtriser la structuration décimale de 121 et savoir enlever mentalement 30 de ce cardinal.

outil didactique les suites décimales peuvent être re-construites notamment dans l'avant et l'après-cent. Nous avançons qu'à l'issue du jeu d'apprentissage B3 le professeur a mis à la disposition des élèves des ressources épistémiques pour apprendre à effectuer les calculs cités de tête.
Nous observons dans cette ingénierie une coopération conjointe épistémiquement pauvre. Dans un après-coup, le chercheur *stricto sensu*, intéressé par l'intrication énoncé-ostensif des régulations R3abc du jeu d'apprentissage B3, met au jour, entre autre, un geste spécifique de référence pour aider des élèves moins avancés au cycle 2 à calculer mentalement. Ce geste d'enseignement amorcé pourrait faire l'objet d'un travail coopératif conjoint par un collectif de chercheur et professeur dans l'idée de concevoir une forme plus aboutie que celle déployée en séance 6. L'objectif visé est d'optimiser l'enseignement de la structuration décimale du nombre pour amener les élèves à délaisser le comptage ou décomptage de 1 en 1 ou l'addition posée.
Cette étude met en exergue des espaces didactiques à explorer sur le plan des pratiques professorales, de nouveaux objets de connaissance à affiner et des effets sur les élèves à analyser. En effet rendre explicite l'expérience relative au savoir enseigné entre praticiens s'avère complexe. Nous pensons que le dire et le faire stimulés par le montrer[15] constituent des garanties pour disséminer les pratiques enseignantes. Une construction coopérative de l'expérience en faisant l'objet d'une théorisation participe de la professionnalisation des enseignants ordinaires et spécialisés et de la construction de leur expertise. Un travail d'analyse *a priori* et épistémique du savoir par les protagonistes (chercheurs et enseignants) est à inclure dans la phase de travail coopératif. Et il s'avère utile de préciser qu'une ingénierie coopérative réclame un contrat mentionnant précisément ce qui est attendu, en l'occurrence des phases de travail conjoints. En revanche, actuellement ce type d'investissement soutenu est difficile à tenir à l'école du fait de la récente mise en place de l'aide personnalisée qui réduit les temps de mutualisation.

4.2. L'étude du savoir non initialisé comme préalable à la reprise d'une notion échouée en classe

Notre enquête concernant la notion échouée de composition et décomposition décimale à travers quatre séances et l'analyse globale de notre ingénierie (Nédélec-Trohel, 2008a) montrent que le chercheur et le professeur spécialisé ont traité, lors de l'entretien de collaboration, plutôt des difficultés supposées effectives des élèves au fur et à mesure de leurs apparitions dans les énoncés et dans les actions de ces derniers. L'instance constituée par l'entretien de collaboration n'a pas été pensée pour réfléchir sur les objets de savoir en jeu : tout d'abord effectuer pour soi un travail sur les concepts sous-jacents aux objets de savoir puis procéder à une étude collective, enfin hiérarchiser des aspects à traiter pour atteindre les objectifs visés pour chacun des élèves. Ceci peut s'expliquer par le fait que dans cette ingénierie le chercheur n'a pas initialisé avec les professeurs (ni cultivé ensuite) le savoir comme préalable à l'action d'enseigner, ni officialisé des objets de savoir. A la manière relatée par Ma (1999), il serait intéressant de travailler ce savoir collectivement entre professeurs chevronnés et novices, formateurs et ici chercheurs. Sensevy et Lefeuvre (2008) mènent actuellement une recherche dans laquelle un collectif de chercheurs, de formateurs et de maîtres-formateurs à l'IUFM de Bretagne, rompu au travail sur les savoirs, s'est engagé dans la construction de gestes d'enseignement à propos d'un savoir visé en littérature. Leurs perspectives de travail, qui nous intéressent fortement, concernent entre autres les conditions et les éléments relatifs à la coopération effective de ces acteurs dans leur travail conjoint.

[15] Ceci fait l'objet d'une recherche en cours (Nédélec-Trohel, 2010).

4.3. Ingénierie coopérative re-conceptualisée et rôles du chercheur

Nous pensons qu'il est essentiel de bien distinguer d'emblée les rôles et les logiques de chaque acteur au sein d'une ingénierie didactique coopérative pour en optimiser son fonctionnement. D'une part la logique du chercheur consiste à « construire un rapport théorique à l'action d'enseignement qu'il[s] étudie[nt] » (Sensevy, 2006, p.1), avec une centration sur les contenus. Et d'autre part la logique du professeur consiste à « vivre un rapport effectif à cette action [d'enseignement] » avec une centration sur les formes de transactions. En suivant Sensevy (Ibid), nous pensons que c'est une instance de co-formation mutuelle des deux professeurs et du chercheur qui aiderait à dépasser l'opposition des logiques qui sous-tendent l'action des professeurs et des chercheurs.

Dans un après-coup, avec en perspective une ingénierie re-conceptualisée (Nédélec-Trohel, 2008a), nous identifions trois sortes d'instances : l'instance de co-définition du savoir visé (A) pour initialiser le savoir enseigné qui doit en conséquence se positionner *en amont* du dispositif ; l'instance de recueil qui se déroule *pendant* le dispositif et qui décline les entretiens pré et post séance et d'auto-analyse (B1) et aussi l'instance de régulation (B2) qui désigne l'Entretien de collaboration. Ces trois instances participeraient du pôle de construction conjointe dans l'ingénierie didactique. Le chercheur y adopterait simultanément trois types de rôles dans sa relation de travail avec le maître E en fonction de l'instance dans laquelle il opère et de l'objet traité.

Dans l'instance B1 le chercheur va d'une part recueillir par le biais de la vidéo des éléments prégnants et signifiants pour analyser la pratique du maître spécialisé et en saisir la logique. Dans ce cadre les entretiens post et d'auto-analyse menés par le chercheur vont favoriser le rapport réflexif au langage du professeur spécialisé qui va alors s'engager à décrire et à analyser son action. Il s'agit d'une réflexion du professeur sur son action *in situ*. Ce dernier s'octroie ainsi un espace de conceptualisation de sa pratique. Pour cela le chercheur cultive un comportement d'empathie propice au dialogue, il peut aussi aider à la mise en mots des événements didactiques analysés.

Dans l'instance B2, le chercheur enclenche un second type de comportement qui va conforter cette collaboration amorcée avec le professeur dans le cadre des entretiens post et d'auto-analyse. Le chercheur s'engage dans la co-construction mutuelle de l'action du professeur destinée à *mieux faire apprendre* les élèves moins avancés. Il endosse à cette occasion, nous l'avons vu, un rôle d'ingénieur-didacticien ; il conseille aussi à certains moments le maître spécialisé à propos de certaines spécificités relatives au travail en regroupement d'adaptation en s'appuyant sur son expérience de formateur et de maître E (Nédélec-Trohel, 2008a ; Kerneis, 2008).

Dans ce type d'ingénierie re-conceptualisée, l'activité collective que nous venons d'évoquer « […] consisterait alors à produire gestes et (micro)-dispositifs déterminés sur le fond des analyses produites par les professeurs et les didacticiens » (Sensevy, 2006, p.12).

Conclusion

Le sens des mathématiques à l'école peut consister à faire vivre une pratique sociale du comportement rationnel[16], c'est-à-dire du rapport à la fois à la vérité et à la réalité, dans la visée de la *vie bonne*[17]. A l'école apprendre en mathématiques c'est pour un élève accepter un moment crucial de bouleversement de ses connaissances initiales, c'est donc accepter de gérer

[16] « Le comportement rationnel d'une société […] exige une pratique sociale et une culture qui doivent s'enseigner à l'école. Les mathématiques sont le domaine où l'enfant peut le plus précocement s'initier à la rationalité et forger sa raison dans des rapports autonomes et sociaux » Brousseau, 2000, p. 1

[17] Selon Aristote la visée de la vie bonne concerne l'excellence de soi.

l'incertitude, ce qui est déstabilisant. Certains élèves qui n'ont pas compris ou perçu ce passage obligé démissionnent à la suite d'échecs répétés e se retranchent derrière un comportement d'élèves *nuls* comme Gaël dont Brousseau et Warfield (1999) ont décrit et analysé le comportement d'apprenant en mathématiques. Cette démission relève de la responsabilité des professeurs ordinaires et spécialisés. Ceci pose la question de la construction de pratiques professorales efficaces en mathématiques à l'école élémentaire pour des maîtres polyvalents. Nous soulignons en conséquence l'importance de la collaboration des chercheurs didacticiens avec des professeurs ordinaires et spécialisés dans le premier degré. Ce dispositif reprise-anticipation-diffusion[18] que nous avons imaginé dans le but bien précis de favoriser l'insertion des élèves (tous) dans le temps didactique de la classe, nous a amené non seulement à théoriser certains gestes professionnels du ou des professeur(s), ce qui constituait une des finalités poursuivies de cette recherche ; mais aussi finalement à théoriser les gestes professionnels du chercheur, par la construction et l'affinement de notre posture de chercheur. Il y aurait ici un double enjeu : « le praticien devenu chercheur propose à la communauté scientifique un autre accès au monde professionnel […] mais il veut aussi faire reconnaître le savoir issu de cette pratique de l'innovation ordinaire » (De Lavergne, 2006, p . 6) sans chercher à convaincre ni l'un ni l'autre.

En suivant De Lavergne nous avançons que c'est l'activité professionnelle du maître E questionneur qui génère et oriente l'activité de recherche et l'activité de recherche du chercheur qui ressource et réoriente l'activité des maître E. La diffusion des recherches actuelles sur les pratiques d'adaptation se révèle cruciale pour maintenir d'une part ce dispositif spécifique à l'école élémentaire française ; d'autre part pour l'optimiser en réfléchissant l'articulation classe-regroupement (Tambone et Mercier, 2003) et en fournissant aux maîtres spécialisés et ordinaires des manières d'enseigner et de faire apprendre efficaces et équitables pour les élèves moins avancés.

Bibliographie

Assude, T. et Mercier, A. (2007). L'action conjointe professeur-élèves dans un système didactique orienté vers les mathématiques. In Sensevy G et Mercier A (ed), Agir ensemble : Eléments de théorisation de l'action conjointe du professeur et des élèves. (pp.153-185). Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

Brousseau, G. (1998). *La théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.

Brousseau, G. (2000). Education et didactique des mathématiques. *Educacion matematica*, 12 (1), 5-39.

Brousseau, G., Centeno, J. (1991). Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques*, 11 (2-3), 167-210.

Brousseau, G., Warfield, V. (1999). The case of Gaël. *Journal of mathematical behaviour*, 18 (1), 7-52.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 12 (1), 73-112.

[18] Dispositif mis en place en tant que maître E en zone sensible et en ZEP dès 2000 en Ille et Vilaine (e.g;, notamment Nédélec-Trohel, 2002).

De Lavergne, C. (2007). *La posture du praticien-chercheur : un analyseur de l'évolution de la recherche qualitative*. Actes du Colloque Bilan et Perspectives de la recherche qualitative, Recherches qualitatives – Hors série – n°3.

Johnson, DW., Johnson, RT. (1985). The internal dynamics of cooperative learning groups. In R. Slavin, S. Sharan, S. Kagan, R. Hertz-Lazarowitz, C. Webb et R. Schmuk (Eds.), *Learning to cooperate, cooperating to learn*, 103-124. New-York : Plenum Press.

Kerneis, J. (2009). Analyse didactique et communicationnelle de l'éducation aux medias : éléments d'une grammaire de l'incertitude. Thèse de Sciences de l'Éducation, Université Rennes 2. CREAD (Centre de recherche sur l'éducation, les apprentissages et la didactique). Soutenue le 13 novembre 2009.

Lefeuvre, L. (2008). *Savoirs, dispositif d'actualisation des savoirs et gestes d'enseignement.* Mémoire de Master 2, sciences de l'éducation, université de Rennes 2.

Leutenegger, F. (2000). Construction d'une « clinique » pour le didactique, une étude des phénomènes temporels de l'enseignement. *Recherches en Didactique des mathématiques*, 20 (2), 209-250.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics : Teachers' understanding of fondamental mathematics in China and the United States.* Mahwah, NJ. : Lawrence Erlbaum Associates.

Marlot, C. (2008). *Caractérisation des transactions didactiques : deux études de cas en Découverte Du Monde Vivant au cycle II de l'école élémentaire*. Thèse de Doctorat en Sciences de l'Education, Université de Rennes 2.

Mercier, A., Salin, M.H. (1988). *L'analyse a priori, outil pour l'observation*. In actes de l'Université d'été Didactique et formation des maîtres à l'école élémentaire, 203-244. Bordeaux : IREM.

Mercier, A., Schubauer-Léoni, M.L., Sensevy, G. (2002). Vers une didactique comparée. *Revue Française de pédagogie*, 141, 5-16.

Nédélec-Trohel, I. (2002). *Elaboration et diffusion de connaissances par un élève à travers trois pôles de travail : adaptation, atelier et classe de CE1. Analyse de l'action du professeur.* Mémoire de DEA, Université de Rennes 2.

Nédélec-Trohel, I., (2008a). Formation en alternance des maître E et construction de gestes professionnels (communication orale). Colloque « Questions de Pédagogies dans l'enseignement supérieur ». Brest, 18-20 juin 2008.

Nédélec-Trohel, I. (2008b). Elaboration et mise en oeuvre d'une ingénierie didactique en mathématiques par un chercheur, un maître E et un maître ordinaire en regroupement d'adaptation et en classe de CE2. Analyse des transactions didactiques. Thèse non publiée en sciences de l'éducation. Université de Rennes 2.

Nédélec-Trohel, I. (2010). Articulation aide spécialisée-classe ordinaire à l'école élémentaire. Vers une coopération maître E-maître de classe à propos du savoir enseigné (symposium). Colloque AREF. Genève, 13-16 septembre 2010.

Sensevy, G. (2001). Théorie de l'action et action du professeur, In JM. Baudouin et J. Friedrich (Eds), *Théorie de l'action et éducation*. Bruxelles : De Boeck.

Sensevy, G. (2005). Sur la notion de gestes professionnels. *La lettre de l'Association Internationale de Didactique du Français*, 36 (1).

Sensevy, G. (2006). Contenus de savoirs et gestes d'enseignement. Professeurs et chercheurs : vers de nouveaux modes de coopération. Symposium, Carcassonne.

Sensevy, G. (2007). Des catégories pour décrire et comprendre l'action didactique. In G. Sensevy et A. Mercier (Eds.), *Agir Ensemble. L'action conjointe du professeur et des élèves dans le système didactique.* (13-49). Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

Sensevy, G., Mercier, A. (2007). L'action didactique conjointe du professeur et des élèves dans la classe. In G. Sensevy et A. Mercier (Eds.), *Agir Ensemble. L'action conjointe du professeur et des élèves dans le système didactique.*, 187-211. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

Sensevy, G., Mercier, A., Schubauer-Léoni, M.L, (2000). Vers un modèle de l'action didactique du professeur. A propos de la course à 20. *Recherches en Didactiques des mathématiques*, 20 (3), 263-304. Grenoble : La Pensée sauvage.

Sensevy, G., Mercier, A., Schubauer-Léoni, ML., Ligozat, F., Perrot, G. (2005). An attempt to model the teacher's action in mathematics. *Educationnal studies in mathematics*, 59 (1), 153-181.

Schubauer-Leoni, M.L. (2003). *La fonction des dimensions langagières dans un ensemble de travaux sur le contrat didactique*. Actes du colloque pluridisciplinaire. Construction des connaissances et langage dans les disciplines d'enseignement. Bordeaux 2, IUFM d'Aquitaine.

Tambone, J., Mercier, A. (2003). Questions sur la notion de système didactique : l'articulation entre classe et regroupement d'adaptation. In G. Chatelanat et G. Pilgrims (Eds.), *Le domaine de l'éducation et de l'enseignement spécialisés : continuité et / ou ruptures par rapport aux sciences de l'éducation.* (195-213). Bruxelles : De Boeck, Collection Raisons Educatives.

Tiberghien, A., Malkoun, L. (2007). Différenciation des pratiques d'enseignement et acquisitions des élèves du point de vue des savoirs. *Education et didactique*, 1, 29-54.

Toullec-Théry, M. (2006). *Aider les élèves « peu performants » en mathématiques à l'école primaire : quelles actions des professuers ? Etude in situ de professeurs des écoles de classes « ordinaires » et de maîres spécialisés à dominante pédaogique.* Thèse de Doctorat en Sciences de l'Education, Université de Rennes 2.

Tardif, M. & Zourhlal, A. (2005). Enjeux et difficultés de la diffusion de la recherche sur l'enseignement entre les milieux scolaires et universitaires. *Les Sciences de l'éducation – Pour l'Ère nouvelle, 38* (4), 79-98.

Veyne, P. (1971). *Comment on écrit l'histoire*. Paris : Le Seuil.